Control of a Ball and Beam System(note)

• u 是馬達電樞端子上施加的電壓。

• x 是從梁左端測量的球位置。

• θ 是相對於水平配置測量的光束角度。

• m 是球的質量。

• R和r分別代表球體半徑和球體旋轉半徑頻道邊緣。

• i 是通過馬達電樞的電流。

• L 是電樞電感。

• Ra 是電樞電阻。

• ke 是馬達反電動勢常數。

• km 是馬達扭力常數。

• Jm 是馬達轉子慣量。

• bm 是馬達黏滯摩擦常數。

• JL 是梁慣性。

• bL 是梁黏滯摩擦常數。

• n1和n2分別代表馬達軸心和橫樑軸的齒數

分別，n = 。

梁長為 L，假設梁以x = 水平軸旋轉一周：

•z = x -

•ξ = z cosθ

•σ = - z sinθ

2. 從這些表達式可以得到：

•σ′ = − z′ sinθ − zθ′ cosθ

•ξ′ = z′ cosθ − zθ′ sinθ

3. 假設球旋轉而不滑動，透過約束小球角速度 ω 和小球建立

平移速度 z′ 滿足：

•rω = z′ 或 z′ − rω = 0

其中 r 是球的旋轉半徑。

4. 如果將質量分佈在一定體積上的物體的動能分解為兩部分，則可以簡化其動能的計算：一部分是由於物體質心（假設為粒子）的平移運動，另一部分是由於物體質心（假設為粒子）的平移運動而產生的另一部分是由於身體繞其質心的旋轉運動。 例如，球的運動很容易透過其圍繞其質心（假設位於其幾何中心）的旋轉運動和平移運動來描述。

因此，小球動能Kb如下：

•Kb = Jb ω2 + m(ξ′ 2 + σ′ 2)

其中 Jb = m R2 是質量為m、半徑為R的小球繞自身軸旋轉的慣性[3, 4]

5. 系統的總動能K只需將樑的轉動動能加總即可

•K = Kb + Jθ′ 2 = Jb ω2 + m(ξ′ 2 + σ′ 2) + J θ′ 2

•J = n2 Jm + JL.

6. 慣性J考慮了樑的慣性和齒輪箱嚙合的馬達慣性。系統的總位能P只有跟球有關係

•P = σmg = -zmg sinθ

因此，系統的拉格朗日量為

•L = Jbω2 + m(ξ′ 2 + σ′ 2) + J θ′ 2 + zmg sin θ

7.廣義座標可以定義球：平移位置z = 、樑的位置θ、球的角位置γ